

## COMPOSANTS ÉLECTRONIQUES À IMPÉDANCE FRACTIONNAIRE

T.C. HABA, M. MARTOS, G. ABLART, P. BIDAN

**ABSTRACT.** Our study concerned the deterministic fractal structures realized with a MIS technology. We have simulated the input impedance of these modelled structures from an arrangement of elementary cells of  $R_s C_p R_p$ -type, and compared these simulations with the experimental measurements. On the curves representing the input impedance variation as a function of the frequency, four different operating regions are noticed including one with a behaviour seemingly related to the fractal nature of the structure (due to the non-integral dimension of the structure): the impedance modulus presents a fractional slope and its argument is constant. Thereafter, we have studied the influence of the electrical parameters on the fractal zone. As an example of application to control, these fractal structures have been introduced in the design of regulating devices.

**RÉSUMÉ.** Notre étude s'est portée sur des structures fractales déterministes réalisées à l'aide d'une technologie MIS. Nous avons simulé l'impédance d'entrée de ces structures modélisées par un arrangement de cellules élémentaires de type  $R_s C_p R_p$ , et confronté ces simulations aux mesures expérimentales. Sur les courbes représentant la variation de l'impédance d'entrée en fonction de la fréquence, on remarque quatre régions de fonctionnement différentes, dont une avec un comportement lié au caractère fractal de la structure (principalement à la dimension non entière de la structure): le module de l'impédance présente une pente fractionnaire et son argument est constant. Nous avons ensuite étudié l'influence des paramètres électriques sur la zone fractale. A titre d'exemple, ces structures fractales ont été introduites dans la construction de dispositifs de régulation.

### 1. INTRODUCTION

Les structures fractales suscitent un grand intérêt depuis plusieurs années dans différents domaines de recherche. Notre étude s'est portée sur des structures fractales déterministes réalisées à l'aide d'une technologie MIS. Les caractéristiques de ces structures, telles l'autosimilarité et la dimension fractale  $D_f$ , leur confèrent des propriétés physiques particulières, notamment un comportement fréquentiel étroitement lié aux dimensions fractales du matériau. Nous avons modélisé les éléments contenus dans les différentes structures étudiées par des cellules de type  $R_s C_p R_p$ , où  $R_s$  est une résistance série,  $C_p$  une capacité parallèle et  $R_p$  une résistance de fuite également placée en parallèle (figure 1), puis nous avons simulé les impédances d'entrée de ces structures après assemblage des cellules élémentaires sous forme de réseau.

Les différents motifs fractals étudiés sont les suivants (figure 2) : un arbre fractal de dimension  $D_f = 1.46$ , le motif triadique de Von Koch de dimension  $D_f = 1.26$ , et le motif de Hilbert de dimension  $D_f = 2$ .

---

© Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles. Typeset by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

T.C. Haba, M. Martos, G. Ablart, P. Bidan: Laboratoire de Génie Electrique - Université Paul Sabatier, 118, route de Narbonne, 31062 Toulouse cedex, France.

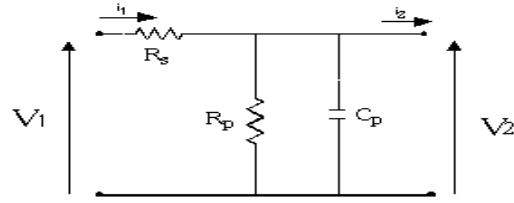
FIGURE 1. Cellule de type  $R_s C_p R_p$ (a) *Arbre fractal*(b) *Motif triadique de Von Koch*(c) *Motif de Hilbert*

FIGURE 2. Motifs des différentes structures étudiées

## 2. LES DIMENSIONS FRACTALES

### 2.1. LA DIMENSION FRACTALE D'AUTOSIMILARITÉ $D_f$

Une première définition d'une fractale donnée par Benoît Mandelbrot est un ensemble pour lequel la dimension de Hausdorff-Besicovitch (cette dimension traduit la capacité de l'ensemble à remplir l'espace Euclidien dans lequel il est inclus) est supérieure à la dimension topologique. Cette définition étant restrictive et excluant plusieurs fractales, la propriété d'autosimilarité, qui est plus apte à décrire les objets fractals, a été introduite.

La dimension d'autosimilarité d'un objet fractal déterministe est calculée à partir de la relation suivante:

$$D_f = \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{L}{\varepsilon}\right)}, \quad (2.1)$$

où  $N$  est le nombre de parties de l'objet fractal à l'itération d'ordre  $i$ ;  $\varepsilon$ , la longueur d'une partie à cette itération;  $L$ , la longueur du segment de base sur lequel est construite la structure fractale [9].

### 2.2. LES AUTRES DIMENSIONS D'UN OBJET FRACTAL

Il existe un grand nombre d'exposants assimilés à des dimensions fractales qui permettent de caractériser un objet fractal. Certaines dimensions fractales sont plus précises ou mieux adaptées pour caractériser une propriété physique donnée. En effet, la dimension  $D_f$  est souvent insuffisante pour décrire une fractale car deux structures différentes peuvent avoir une dimension identique: pour des fractales déterministes, il suffit que la valeur du rapport du nombre de parties sur le facteur de réduction soit la même [9].

Parmi les plus fréquemment rencontrés, on peut citer la dimension détalement  $d_e$ , la dimension chimique  $d_{\min}$ , la dimension spectrale  $d_s$  et la dimension de marche

aléatoire  $d_w$ .

$d_e$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{dimension} \\ \text{d'étalement} \end{array} \right.$	renseigne sur le caractère tortueux de l'objet fractal	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}$
$d_{\min}$		renseigne sur la distance minimale $L$ parcourue sur le réseau fractal entre 2 points appartenant à ce même réseau (mesure des propriétés de connexion de la structure fractale)	
$d_s$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{dimension} \\ \text{spectrale} \end{array} \right.$	liée aux propriétés de diffusion sur le réseau et donc au caractère ramifié de la structure	
$d_w$		$\left\{ \begin{array}{l} \text{dimension} \\ \text{fractale} \\ \text{de} \\ \text{marche} \\ \text{aléatoire} \end{array} \right.$	

TABLEAU 1: récapitulatif des différentes dimensions d'un objet fractal ( $D_f =$  dimension fractale d'auto-similarité)

### 3. LE PROCESSUS DE FABRICATION DES ÉCHANTILLONS FRACTALS

#### 3.1. RÉALISATION DES MASQUES

Les différents motifs des échantillons fractals que nous avons étudiés, ont été réalisés sur un ordinateur HP 9122 C avec le logiciel "Cremasq" développé au LAAS<sup>1</sup>. "Cremasq" est un logiciel de dessin utilisant des figures rectangulaires auxquelles il a été rajouté des opérations de translation et de rotation [2].



FIGURE 3. Vue d'un dispositif sous polarisation

<sup>1</sup>LAAS : Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes, Toulouse

### 3.2. RÉALISATION TECHNOLOGIQUE DES ÉCHANTILLONS FRACTALS

Sur un substrat Silicium [1] (orientation 100) de 3 pouces (7,5 cm de diamètre) de type P faiblement dopé ( $N_a = 10^{15} \text{at.cm}^{-3}$ ) qui a préalablement subi un nettoyage, on fait croître sous ambiance humide un oxyde  $\text{SiO}_2$  de forte épaisseur de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$ . Après une photolithographie et une attaque chimique aqueuse, cet oxyde épais sera localisé aux seules zones latérales qui accueilleront les plots de contact permettant l'interconnexion par micro-soudures avec le circuit de test. Cette étape a pour but de minimiser l'influence néfaste des capacités "parasites" dues à la surface relativement importante de ces plots par rapport à celle de la structure fractale, ces capacités pouvant affecter le comportement fréquentiel de nos structures. Ensuite, on procède à un nettoyage de type "RCA" (Radio Corporation of America - ce nettoyage s'effectue chaque fois que le Silicium est mis à nu au cours d'un procédé d'élaboration d'un composant et a pour effet de minimiser les charges à l'interface  $\text{Si/SiO}_2$  et en volume). Ce nettoyage est suivi d'une oxydation "sèche" dans la zone active pour obtenir un oxyde de grille d'épaisseur  $E_{\text{Ox}}$  (isolant de faible épaisseur) qui présentera de bonnes caractéristiques électriques (champ de claquage élevé :  $1 \text{MV/cm}$  et peu de charges en surface et en volume).

L'étape suivante consiste à métalliser par évaporation la face avant, avec une épaisseur de chrome  $E_{\text{Cr}}$  suivie d'une épaisseur d'aluminium  $E_{\text{Al}}$  en vue de la micro-soudure. Les motifs de la structure fractale, dont les plus faibles dimensions sont de l'ordre de la dizaine de microns, sont obtenus par photolithographie suivie d'une attaque chimique aqueuse des couches métalliques (Al et Cr). Pour finir, on procède à une désoxydation de la face arrière avant d'y déposer une épaisseur  $E'_{\text{Al}}$  d'aluminium. Un recuit final (de  $20 \text{mn}$  à  $450^\circ \text{C}$ ) sous Argon assure la formation du contact ohmique.

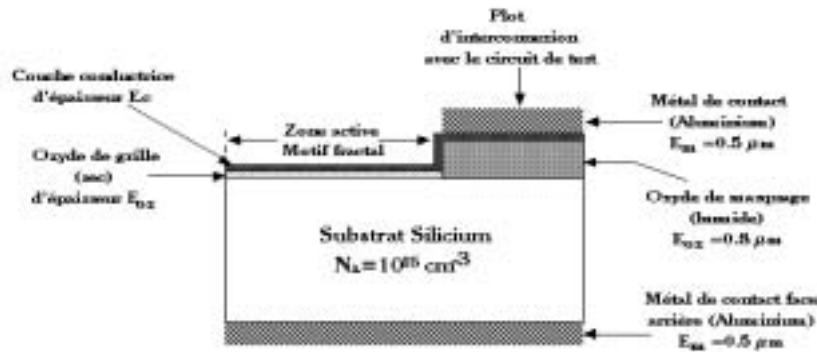


FIGURE 4. Coupe verticale de la structure fractale

## 4. SIMULATIONS ET MESURES

### 4.1. PRINCIPE DE MODÉLISATION DES STRUCTURES

Les structures fractales que nous avons étudiées peuvent être considérées comme des capacités dont une des armatures présente une dimension fractale, l'autre étant le plan de masse de dimension 2. Chaque segment élémentaire d'une structure fractale peut être modélisé par un quadripôle constitué d'une résistance série  $R_s$  et d'une capacité  $C_p$  en parallèle sur une résistance  $R_p$  simulant les fuites entre l'armature fractale et le plan de masse.

## 4.2. ÉTUDE DES DIFFÉRENTES ZONES DE FONCTIONNEMENT

a) Sur les courbes représentant le module et la phase de l'impédance d'entrée (en ne tenant pas compte des phénomènes de résonance et de rayonnement), on distingue successivement quatre régions de fonctionnement distinctes depuis les basses vers les hautes fréquences [10] (voir figure 5):

1. Un plateau étroit (autour d'une décade) au niveau du module, dont la valeur initiale dépend principalement du rapport entre  $R_p$  et  $C_p$ . La phase, initialement proche de  $0^\circ$ , commence à diminuer. Il s'agit d'un comportement résistif.
2. Une région plus étendue (quelques décades) au cours de laquelle le module diminue selon une pente égale à  $-1$ , avec un changement progressif de la phase. En effet, la capacité passe de l'état "circuit ouvert" à celui d'une impédance finie. Le comportement capacitif devient alors prédominant, d'où la phase qui tend vers  $-90^\circ$ , puis  $C_p$  commence à établir progressivement un court-circuit sur  $R_p$ , d'où une remontée de la phase. Les trois éléments  $R_s$ ,  $C_p$ , et  $R_p$  influent dans les mêmes proportions sur ce comportement.
3. Une région dite *fractale* car induite par la géométrie même des objets fractals. La diminution du module se poursuit mais selon une pente fonction de la structure et toujours supérieure à  $-1$ . Dans le même temps, la phase oscille faiblement autour d'une valeur moyenne corrélée à la pente fractale du module. Il s'agit d'un comportement appelé "Constant Phase Angle" (CPA). La relation liant  $\theta_{rad}$ , angle moyen de la zone CPA, à la pente fractale s'écrit [3]:

$$\theta_{rad} = \frac{\pi}{2} \times \eta. \quad (4.1)$$

4. Une ultime région qui se traduit par un comportement purement résistif, car la capacité  $C_p$  devient un véritable court-circuit. Donc, seule  $R_s$  fixe le niveau de l'asymptote vers laquelle tend le module, tandis que la phase retrouve une valeur nulle.

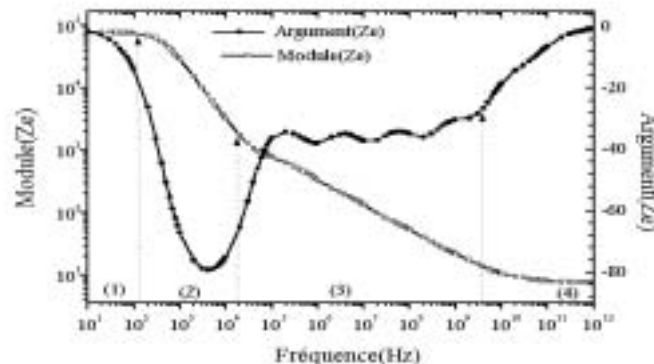


FIGURE 5. Différentes régions de fonctionnement ( $C_p = 402\text{pF}$ ,  $R_p = 240\text{M}\Omega$ ,  $R_s = 2\text{k}\Omega$ )

## b) La zone fractale.

Dans cette zone, l'argument de l'impédance d'entrée présente un comportement CPA:  $\arg(Z_e) = cte \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , et son module présente une pente fractale:  $\ln|Z_e| = af + b$ , où  $a$  est la pente fractionnaire ou pente fractale ( $a < 1$ ), et il suit la loi suivante:  $|Z_e| \propto \omega^\eta$ , où  $\omega$  est la pulsation et  $\eta$ , la pente fractionnaire (dépend uniquement du motif fractal considéré).

La dimension spectrale et la pente fractionnaire sont reliées par la relation suivante [6], [3]:

$$\eta = \frac{d_s}{2} - 1. \quad (4.2)$$

A chaque motif fractal correspond un angle  $\theta_{CPA}$  et une pente  $\eta$  propres. Cette zone fractale dépend aussi du niveau d'itération du motif fractal (on ne peut pas augmenter indéfiniment le nombre d'itérations à cause des limites de l'outil de conception des masques).

#### 4.3. INFLUENCE DES PARAMÈTRES SUR LA ZONE FRACTALE.

a) Des études préliminaires effectuées sur ces structures nous ont permis de noter qu'en modifiant ces différents paramètres, en l'occurrence  $R_s$  et  $C_p$ , nous arrivons à translater la zone fractale soit vers les basses fréquences soit vers les hautes fréquences. Lorsqu'on augmente les valeurs des deux paramètres précédents, on entraîne directement un déplacement vers les basses fréquences de la zone fractale. L'effet contraire est obtenu pour une diminution des valeurs de  $R_s$  et  $C_p$ . Ce sont les deux paramètres essentiels qui conditionnent la position en fréquence de la zone fractale. Plus ceux-ci sont faibles en valeur et plus la zone fractale est rejetée loin vers les hautes fréquences. Le cumul des influences de  $R_s$  et  $C_p$  dont on tiendra compte pendant la réalisation concrète de l'échantillon permettra de mettre en évidence la zone fractale en basse fréquence ( $f < 1\text{MHz}$ ). En ce qui concerne la résistance  $R_p$ , dont la valeur dépend de l'oxyde utilisé, elle n'affecte l'impédance qu'aux basses fréquences. Plus sa valeur augmente et plus le plateau basse fréquence et la décroissance de la courbe de phase de  $0^\circ$  à  $-90^\circ$  tendent à disparaître. L'effet contraire se produit lorsque  $R_p$  prend de faibles valeurs.

#### b) Aspects théoriques

Liu [6], Clerc [3] et Hill [5] ont étudié la réponse d'un réseau fractal à une excitation électrique alternative. Ces auteurs ont montré que dans la zone fractale et dans le domaine où  $R_s C_p \omega \ll 1$ , l'impédance d'entrée  $Z_e$  du réseau suit la loi  $Z_e \simeq (i\omega)^\eta$  avec  $\eta = \frac{d_s}{2} - 1$ , où  $d_s$  représente la dimension spectrale. Cette dimension est liée aux propriétés de diffusion sur le réseau et donc au caractère ramifié de la structure. Ainsi une fractale ne présentant aucune ramification aura une dimension  $d_s$  égale à la dimension topologique, ici 1. En effet, plus les ramifications sont nombreuses et plus la probabilité pour une particule se déplaçant sur le réseau de revenir au point de départ est grande et plus  $d_s$  augmente. Afin de conforter la confrontation théorie - simulation - expérience, nous avons évalué la dimension spectrale dans le cas de trois échantillons. Le procédé utilisé est le suivant: à partir du modèle électrique de la figure 1, nous avons calculé les paramètres du quadripôle élémentaire à l'itération 1 donnant les courant et tension d'entrée en fonction des courant et tension de sortie tels que:

$$i_1 = a_1 i_2 + b_1 v_2 \text{ et } v_1 = c_1 i_2 + d_1 v_2,$$

où  $a_1, b_1, c_1, d_1$  sont les éléments de la matrice associée à notre quadripôle élémentaire. Comme nous ne nous intéressons qu'à l'évolution de  $Z_e$  en basse fréquence, nous effectuons un développement limité au premier ordre en  $R_s C_p \omega$  des quatre paramètres  $a_1, b_1, c_1, d_1$ , puis nous calculons les paramètres  $a_2, b_2, c_2, d_2$  à la deuxième itération et ainsi de suite. Comme le quadripôle n'est pas chargé, l'obtention de  $Z_e$  à une itération donnée est immédiate et égale au rapport  $d_i/b_i$ . En examinant le comportement asymptotique de  $Z_e(\omega)$ , nous observons pour les différentes structures que :

$$Z_e(\omega) \simeq \frac{1}{j C_p \omega \alpha^i} + R_s \beta^i, \quad (4.3)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux coefficients dont les valeurs sont connues numériquement. Une autre écriture de (4.3) se présente à la pulsation  $\frac{\omega}{\alpha\beta}$  comme suit :

$$Z_{e_i}\left(\frac{\omega}{\alpha\beta}\right) \simeq \frac{1}{jC_p \frac{\omega}{\beta} \alpha^{i-1}} + R_s \beta^i = \beta \left\{ \frac{1}{jC_p \omega \alpha^{i-1}} + R_s \beta^{i-1} \right\}. \quad (4.4)$$

Ainsi, nous en déduisons la relation de récurrence définie de la manière suivante :

$$Z_{e_i}\left(\frac{\omega}{\alpha\beta}\right) = \beta Z_{e_{i-1}}(\omega). \quad (4.5)$$

Asymptotiquement, lorsque le nombre  $i$  d'itérations tend vers l'infini, on obtient :

$$Z_{e_i}(\omega) \simeq Z_{e_{i-1}}(\omega) \simeq Z_e(\omega), \quad (4.6)$$

qui donne :

$$Z_e\left(\frac{\omega}{\alpha\beta}\right) = \beta Z_e(\omega). \quad (4.7)$$

La relation (4.7) doit être satisfaite pour tout  $\omega$ . De plus, du fait de la linéarité de  $Z_e(\omega)$  dans la zone fractale qui a été observée en simulations et expérimentalement, nous en déduisons (figure 6) :

$$|Z_e(\omega)| = k |\omega|^\eta, \quad (4.8)$$

avec :

$$\eta = -\frac{\log(\beta)}{\log(\alpha) + \log(\beta)}, \quad (4.9)$$

d'où (du fait de la nature causale de l'impédance) :

$$Z_e(\omega) = k (i\omega)^\eta. \quad (4.10)$$

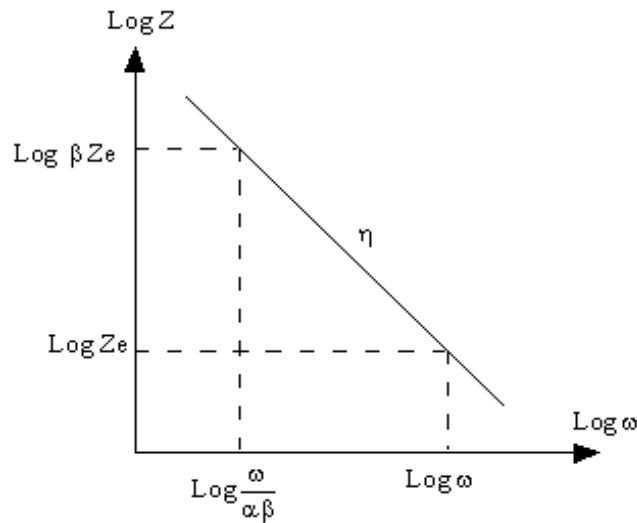


FIGURE 6. Allure de  $Z_e$  dans la zone fractale

## 4.4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Sur les courbes de la figure 10, nous avons superposé aux mesures électriques, les simulations effectuées à l'aide du logiciel MATHEMATICA<sup>2</sup>. On peut constater une nette visibilité de la zone fractale pour toutes ces structures et cela en dessous de 1MHz. Pour que la zone fractale se situe dans la région  $f < 1$  MHz, on a utilisé du polysilicium comme conducteur. Les courbes d'impédance font apparaître une zone de pente -1 beaucoup plus réduite en largeur au profit de la zone fractale qui a été translatée des hautes fréquences vers les basses fréquences, cela du fait de l'augmentation de la résistance série  $R_s$  comme le prévoient les simulations. A partir des mesures et simulations effectuées, nous déduisons des courbes d'impédance, les pentes fractionnaires  $\eta$  et angles CPA des 3 structures étudiées telles que résumés dans le tableau 2 ci-dessous.

Motifs	$\eta_{\text{simu.}}$	$\eta_{\text{mes.}}$	$\eta_{\text{théor.}}$	$\theta_{\text{mes.}}$	$\theta_{\text{simu.}}$	$\theta_{\text{théor.}}$
Arbre fractal	-0.405	-0.403	-0.406	-36.27°	-36.45°	-36.54°
Courbe de Koch	-0.495	-0.499	-0.5	-45°	-44.55°	-45°
Courbe de Hilbert	-0.497	-0.491	-0.5	-44.20°	-44.77°	-45°

TABLEAU 2: Caractéristiques fractales de l'impédance  $Z_e$ 

Ce tableau permet de montrer la bonne corrélation existant entre le modèle utilisé et les mesures électriques effectuées d'une part, et il permet d'autre part, de confirmer les prévisions des simulations.

## 5. APPLICATION EN AUTOMATIQUE

## 5.1. STABILISATION ROBUSTE D'UN ASSERVISSEMENT

La stabilité est la condition nécessaire que l'on exige d'un système asservi. D'un point de vue qualitatif, nous dirons qu'un système est stable si, après qu'une perturbation l'ait écarté de sa position d'équilibre, il revient spontanément à cette position [4].

Dans une première approche, très simplifiée, considérons un asservissement à modèle linéaire, comme représenté sur la figure 7. Le système en boucle fermée est asymptotiquement stable si tous les pôles de la fonction de transfert  $F(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$  sont à partie réelle strictement négative.

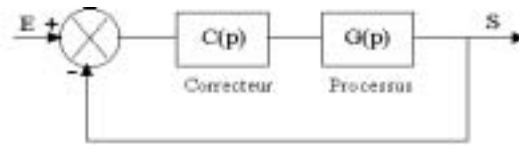


FIGURE 7. Schéma du dispositif de régulation

Différents critères ont été développés pour permettre d'étudier la stabilité par la simple analyse de la fonction de transfert en boucle ouverte  $C(p)G(p)$ . En particulier, lorsque  $C(p)G(p)$  est à phase minimale (i.e. pas de zéro ni de pôle à partie réelle strictement positive), il suffit que la marge de phase de la réponse fréquentielle  $C(j\omega)G(j\omega)$  soit strictement positive (critère du revers). La marge de phase est

<sup>2</sup>MATHEMATICA: logiciel de calcul numérique commercialisé par Wolfram Reserch Inc.



définie comme  $\Delta\varphi = \arg(C(j\omega_u)G(j\omega_u)) + 180^\circ$ , avec  $\omega_u$  la pulsation de coupure à 0dB en boucle ouverte, vérifiant donc  $(C(j\omega_u)G(j\omega_u)) = 1$ . L'un des rôles du correcteur est d'assurer une marge de stabilité suffisante. Pratiquement, et par référence au comportement des systèmes du second ordre, une marge de phase voisine de  $45^\circ$  assure souvent un bon compromis entre rapidité initiale ("temps de montée") et vitesse de stabilisation autour du régime permanent, lors de la réponse à un échelon de position de l'asservissement.

Traditionnellement, lorsque la marge de phase est insuffisante, on emploie dans le correcteur une composante ayant une réponse fréquentielle dite à "avance de phase". Théoriquement, une simple action dérivée permet par exemple de remonter la phase de  $90^\circ$ . Les correcteurs classiques n'apportent en fait qu'une avance de phase locale sur le plan fréquentiel: la marge de stabilité n'est généralement pas maintenue lorsque le gain du processus varie. Le degré de stabilité n'est donc pas robuste vis à vis de cette variation paramétrique.

Pour améliorer ce type de robustesse, A. Oustaloup a proposé d'utiliser un correcteur fractionnaire dans son approche appelée Commande Robuste d'Ordre Non Entier (CRONE) [8]. L'utilisation de l'ordre non entier permet en particulier d'obtenir théoriquement des correcteurs dont l'avance de phase est constante et quelconque à toutes les fréquences. Afin d'illustrer très simplement ce point, considérons un processus dont la fonction de transfert correspond à un double intégrateur  $G(p) = \frac{K}{p^2}$ . Ce système est à la limite de stabilité en boucle ouverte. Afin d'améliorer la marge de stabilité, le correcteur classique à avance de phase s'exprime par:  $C_a(p) = K \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ , avec  $a > 1$ . La phase maximale apportée par ce correcteur est  $\phi_a = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$ . On peut alors déterminer les paramètres de ce correcteur pour obtenir une marge de phase de  $45^\circ$  à une pulsation souhaitée  $\omega_u$  pour la valeur nominale  $K_0$  du gain  $K$ . Cependant, lorsque  $K$  varie, cette marge de phase n'est plus assurée et diminue. Le correcteur fractionnaire idéal garantissant cette marge de phase quelque soit la valeur du gain  $K$  est le dérivateur d'ordre  $1/2$ :  $C_f(p) = \sqrt{p}$ . Dans le cadre d'une réalisation analogique de ce type de correcteurs, nous proposons de les construire au moyen de nos composants électroniques à impédance fractionnaire.

## 5.2. SIMULATION AVEC LE LOGICIEL PSPICE

La figure 8a représente un circuit possible pour le correcteur à avance de phase traditionnel. Afin de réaliser le dérivateur d'ordre  $1/2$  dans le cas du correcteur fractionnaire, on peut utiliser le composant construit sur le motif de Hilbert. En effet, son impédance correspond, pour des fréquences suffisamment élevées, à un intégrateur d'ordre  $1/2$  (figure 10c). Sa mise en œuvre dans le circuit de la figure 8b permet d'obtenir alors un dérivateur d'ordre  $1/2$ .

Nous avons comparé les réponses de l'asservissement à un échelon de consigne, pour les 2 types de correcteurs (figure 9). Au préalable, les correcteurs ont été synthétisés afin d'obtenir des réponses quasi identiques pour la valeur nominale  $K = 1$  du gain. Pour différentes valeurs du gain  $K$  autour de sa valeur nominale, la réponse indicielle est bien invariante en forme dans le cas du correcteur à impédance d'ordre fractionnaire, contrairement au cas du correcteur à avance de phase classique pour lequel la marge de stabilité se dégrade.

## 6. CONCLUSION

Les caractéristiques électriques réalisées sur les échantillons ont permis de mettre en évidence, sur les courbes d'impédance, l'existence d'une "zone fractale" et d'une zone particulière où la phase est constante. On a aussi montré l'influence des paramètres  $R_s$  et  $C_p$  sur la position fréquentielle de la zone fractale, alors que le

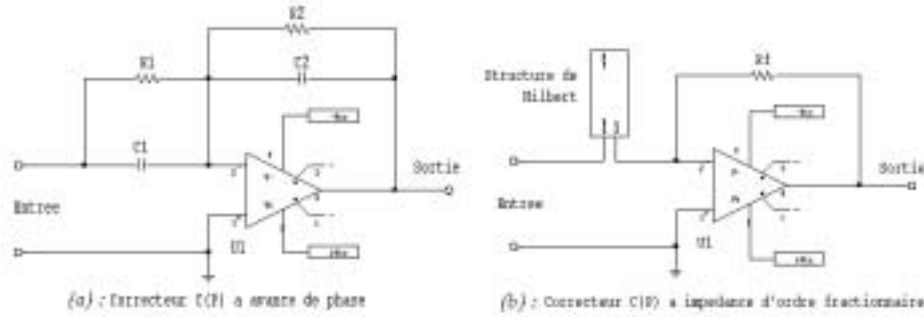


FIGURE 8. Circuit à avance de phase classique (a) et circuit dérivateur d'ordre  $1/2$  (b)

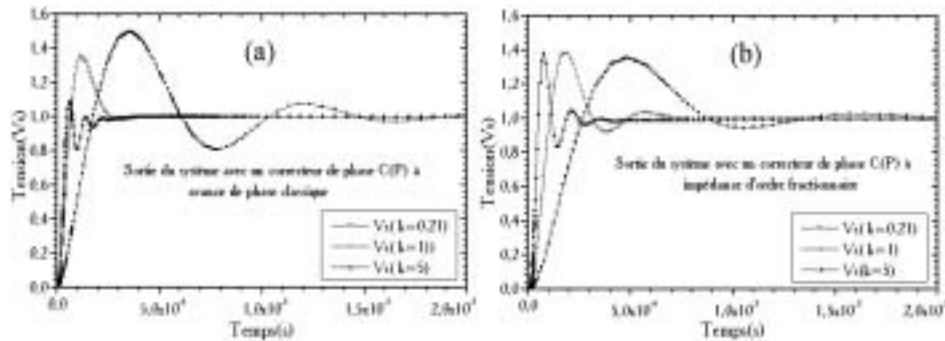


FIGURE 9. Réponse indicielle: correcteur à avance de phase classique (a), correcteur fractionnaire (b)

paramètre  $R_p$  n'intervient que sur la forme des courbes à basse fréquence. Dans le cadre d'une application à l'automatique, nous avons utilisé ces dispositifs électroniques, associés à d'autres composants, comme correcteur d'ordre fractionnaire dans un asservissement qui a été simulé sous PSpice<sup>3</sup> et comparé à un correcteur à avance de phase classique. Ces résultats ont été validés sur une maquette expérimentale.

## REFERENCES

- [1] T. Cisse Haba, G. Ablart, T. Camps, " Réponse d'un échantillon métallique à structure fractale à une excitation électrique à fréquence variable", Eur. Phys. J. AP 3, 187-193 (1998).
- [2] T. Cisse Haba, G. Ablart, T. Camps, "The Frequency Response of a Fractal Photolithographic Structure", IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation, Vol.4 No.3, Juin 1997.
- [3] J.P. Clerc, A. M. S. Tremblay, G. Albinet, C.D. Mitescu, "AC response of fractal networks", J. Phys. Lett. 45, L-913, L-924 (1984).
- [4] B. Descotes-Genon, J. Le Bail, "L'automatisme en classes préparatoires", (Ellipses).
- [5] R. M. Hill, L. A. Dissado, R.R. Nigmatullin, "Invariant behavior classes for response of simple fractal circuits", J. Phys. : Condens. Matter 3, pp.9773-9790, 1991.
- [6] S. H. Liu, "Fractal Model for the AC response of rough interface", Phys. Rev. Letters, Vol 55, pp. 529-532, 1985.
- [7] P.J. Njankou Kwami, "Modélisations, simulations et perspectives d'applications des structures fractales", rapport de stage de D.E.A., Juillet 1998.
- [8] A. Oustaloup, "La commande CRONE", Hermès, 1991.
- [9] M. Sindou, "Etude numérique et expérimentale des propriétés d'adaptation et de rayonnement de structures fractales métalliques dans le domaine des micro-ondes", Doctorat de l'Université Paul Sabatier, Novembre 1998.

<sup>3</sup>PSpice: logiciel de simulation de circuits électroniques

- [10] E. Troncet, "Caractérisation et modélisation du comportement fréquentiel de structures à géométrie fractale", Doctorat de l'Université Paul Sabatier, Juin 1997.

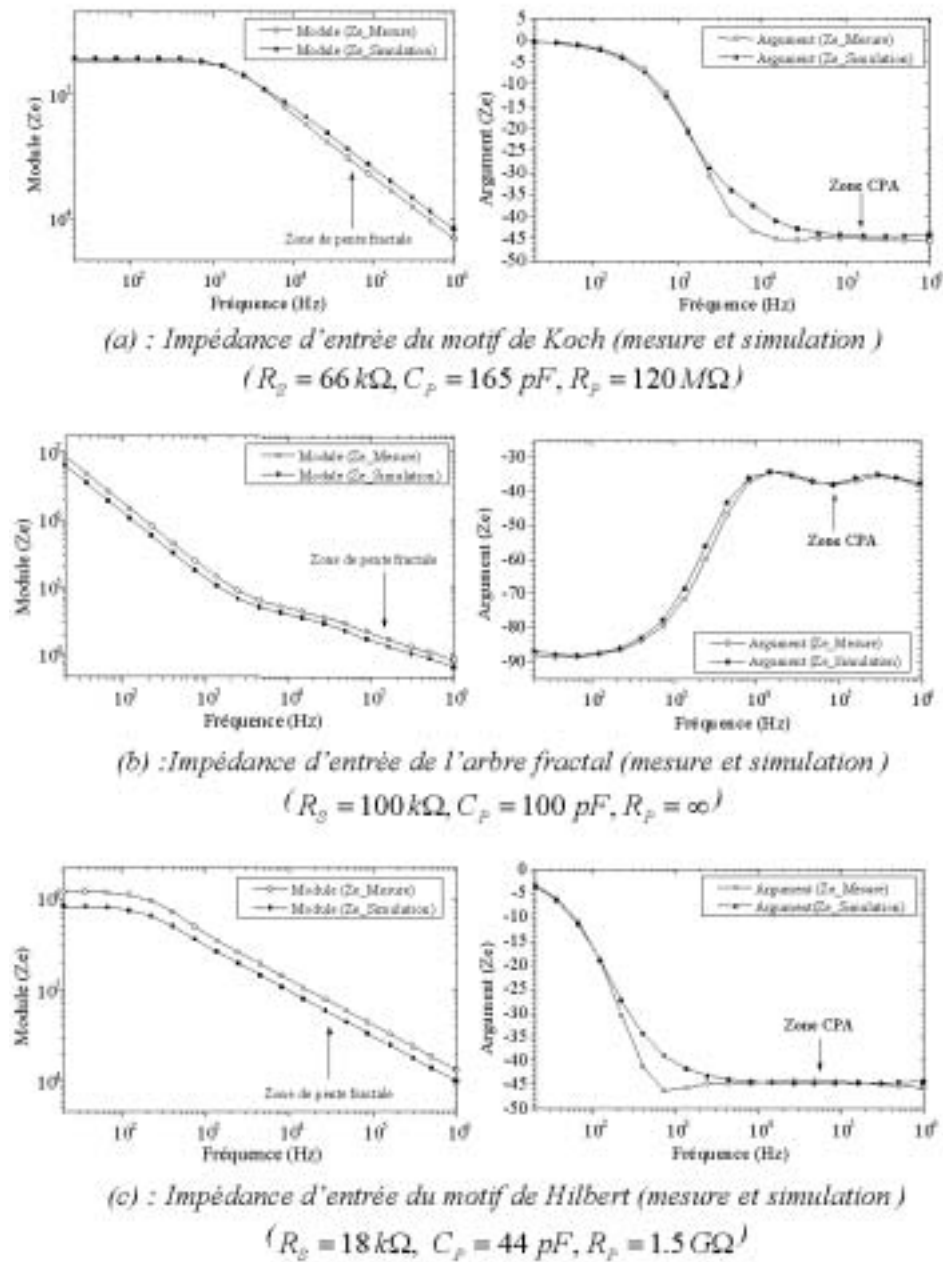


FIGURE 10. Résultats expérimentaux

